תרגיל 7: MST, [קבצות זרות, מרחקים קצרים וזרימה](https://lemida.biu.ac.il/mod/resource/view.php?id=1815308) ברשתות

בתרגיל זה יש להגיש תוכניות הכתובות או python או ממתמטיקה. כמו כן יש להגיש קובץ word אם האלגוריתמים כתובים בפסדו קוד וניתוח זמן הריצה

את כל השאלות יש להגיש בקובץ זיפ בשם של ת.ז. קובץ הזיפ אמור להכיל קובץ לכל שאלה. שם הקובץ של שאלה 1 מתחיל ת.ז ומסיים הQ-1.

לדוגמה השם של הקובץ שעונה על שאלה 2 של תלמיד עם תז 12345678 בשפה של במתמטיקה הוא

12345678-Q-2.nb

אם הוא ב python אז שם הקובץ הוא

12345678-Q-2.py

שאלה 1:

הסבר איך ניתן לבנות מבוך בעמצות MST. כתוב תוכנית בשם createdmaze המקבלתn,k ומייצרת מבוך עם n^k צמתים. מה סיבוכיות האלגוריתם שלך. הוכח את הטענה שלך. הפלט של התוכנית אמור להיות רשימת הקשתות.

שאלה 2:

יהי G(V,E,W) גרף פשוט ממשקל. צלע נקראת רוויה אם היא נמצאת בכל maximum Spanning Tree (MST) אבל אם מעלים את משקל הקשת היא תהיה בכול MST. כתוב אלגוריתם המקבל G(V,E,W) ומחשב את המשקל השלם המינימלי W’(e) של הקשת e כך שאם מחליפים את הקשת W’(e) אם המשקל של W (e) הקשת e תהייה בכל MST. הוכח את נכונות האלגוריתם שלך והנתח את זמן הריצה. אין צורך בלקודד את האלגוריתם.

שאלה 3:

נתון גרף G(V,E,W) כתוב אלגוריתם+ ותוכנית בשם shortestdistanceafterU המקבל גרף G(V,E,W) ורשימה של קודקודים U וצומת s. ומחשבת את המרחק הקצר היותר בין צומת s לבין שאר הצמתים כך שאנו חייבים לעבור לפחות פעם אחת אחד הצמתים של U לפני שהגיענו לשאר הצמתים. הפלט צריך להיות רשימה.

שאלה 4: מבחן משנת 2021 אין צרוך לתכנות את השאלה הזאת.

בשאלה זו נרצה לעזור לנהגת למצוא את הדרך המתאימה עבורה מנקודה לנקודה . נתונה מפה שמיוצגת על ידי גרף מכוון , כאשר כל קודקוד מייצג צומת וכל קשת מייצגת כביש המחבר בין שני צמתים. ו הם קודקודים בגרף. נתון שלכל קשת יש משקל

כאשר הוא מספר הקילומטרים של הקשת ו- הוא הזמן שלוקח לעבור קילומטר אחד בקשת זו (למשל כבישים עמוסים - הנסיעה בהם תהיה יותר איטית). אין משקלים שליליים בגרף זה.

א. תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן לחישוב הדרך הקצרה ביותר, ואלגוריתם יעיל ככל הניתן לחישוב הדרך המהירה ביותר. מה זמן הריצה של האלגוריתמים?

ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן כאשר כעת נתון שהנהגת צריכה למלא דלק בדרך, ובנוסף שהנהגת מעוניינת לקחת את הדרך הקצרה ביותר. הניחו שנתון אוסף הקודקודים בהם יש תחנת דלק. תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן שמחשב את הדרך הקצרה ביותר שכוללת לפחות קודקוד אחד שיש בו תחנת דלק.

1. כעת נתון שתחנות הדלק אינן נמצאות בקודקודים אלא על גבי קשתות, כלומר, ישנו אוסף קשתות שיש בהן תחנות דלק. תארו אלגוריתם יעיל ככל הניתן שמחשב את הדרך הקצרה ביותר מנקודה לנקודה שכוללת לפחות קשת אחת שיש בה תחנת דלק. הוכיחו נכונות, מהו זמן הריצה של האלגוריתם?

שאלה 5: מבחן משנת 2021 אין צרוך לתכנות את השאלה הזאת.

שאלה זו עוסקת בזרימה וחתכים.

Chart, line chart

Description automatically generated

ציור 1

1. נתונה רשת אם שלושה צמתים ראה ציור 1.כבולת של כל קשת היא 1. כתוב את כל וחתכים של רשת מציור 1.
2. נתונה רשת עם 5 קודקודיים שלומית חישבה את כל החתכים של רשת ורשמה אותם בטבלה 1.

שאלה 6: מבחן משנת 2021 אין צרוך לתכנות את השאלה הזאת.

Chart, line chart

Description automatically generated

ציור 2 :רשת הזרימה

1. שאלה זו עוסקת בזרימה ברשתות
2. נתונה רשת זרימה הבאה ראה ציור 2: הקיבולת של הקשת היא

חשב את הזרימה המקסימלית כאשר המקור הוא צומת 0, והיעד הוא צומת 5 ברשת מציור 1

1. חשב את הזרימה המקסימלית כאשר המקור הוא צומת 0, והיעד הוא צומת 7 ברשת מציור 2 . הקיבולת של הקשת היא

Chart, radar chart

Description automatically generated

ציור 3: רשת הזרימה

1. נתונה סידרה של רשתות זרימה S

כאשר צמתים של הגרף Fn הם

הקשתות של הגרף Fn כאשר

הקיבולת של הקשת היא

כתוב אלגוריתם יעליל ככול שתוכל המקבל כקלט את האינדקס n של רשת הזרימה בסדרה S ומחשבת את הזרימה המקסימלית ברשת זרימה . כתוב מה החשיבות של האלגוריתמים הוכח את הכוננות האלגוריתמים באמצעות אינדוקציה.

Table

Description automatically generated with low confidence

טבלה 1

חשב את הזרימה המקסימלית s,tוהוכח את הטענה שלך

1. כאשר s=2,t=5
2. כאשר s=1,t=3

שאלה 7: מבחן משנת 2021 אין צרוך לתכנות את השאלה הזאת.

נתון גרף משוקלל G(V,E) עם פונקציית משקל .

* 1. כתוב אלגוריתם יעיל ככל הניתן שמוצא את העץ הפורס המינימלי אם קיים חשב את הסיבוכיות של האלגוריתם שלך. כאשר נתון
  2. כתוב אלגוריתם יעיל ככל הניתן שמוצא את העץ הפורס המינימלי אם קיים חשב את הסיבוכיות של האלגוריתם שלך. כאשר נתון , .
  3. מצא את העץ הפורס המינימלי של הגרף הנתון בציור 4

Chart

Description automatically generated

ציור 4

שאלה 8: אין צורך לתכנת את השאלה הזאת!

שאלה זו עוסקת בזרימה ברשתות

* 1. נתון רשת פשוטה קשירה <s,t,G(V,E),C> כאשר s הוא מקור הזרימה, t הוא יעד הזרימה, היא פונקציית קיבול של הזרימה. כמו כן נתון כי הגרף G הוא קשיר ומרחק המינימלי בין s ל t בגרף הוא n-1 קשתות. כתוב אלגוריתם יעיל המחשב הזרימה המקסימלית בין s ל t. חשב את סיבוכיות האלגוריתם שלך
  2. נתון רשת קשירה <s,t,G(V,E),C> כאשר , , לכל קשת הקבולת של הקשת היא . כתוב אלגוריתם יעיל המחשב את הזרימה בין צומת i לצומת j.

שאלה 9: יש צורך לתכנת את השאלה הזאת

כתוב תוכנית בשם mynegtiveCycle המקבלת גרף מכוון G(V,E,W) כאשר V מסמן את קבוצת הקודקודים E מסמן את קובצת הקשתות W מסמן את המשקל של הקשתות. התוכנית מחזירה True אם קיים מעגל בעל משקל שלילי, False אם לא קיים מעגל שלילי.